LIBRIS We know books

BAC

Conform modelelor stabilite de MEC

MATEMATICĂ - M1

Coordonator **Radu Gologan**
Mihaela Berindeanu • Nicoleta Agenna Ionescu Mazilu
Ovidiu Șontea • Gabriel Vrînceanu

CORINT EDUCAȚIONAL

LIBRIS We know books

Cuprins

LIBRIS We know books

Teste de SIMULARE BAC pentru clasa a XI-a

Se acordă 10 puncte din oficiu

Test 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați partea reală a numărului complex $\frac{3+i}{3-i}$.

5p **2.** Soluțiile ecuației $x^2-(2m+1)x+3m+5=0$ sunt x_1 și x_2, iar m este un număr real. Arătați că $3(x_1+x_2)-2x_1x_2+7=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 4x+\log_2 x=4$.

5p **4.** Determinați câte numere pare de 3 cifre se pot forma folosind elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4,5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+5\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC}=$ $=(m+2)\vec{i}+(4m-1)\vec{j}$, unde m este un număr real. Determinați numărul real m astfel încât $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$.

5p **6.** Știind că tg $a=\frac{2}{3}$, arătați că $\frac{3\sin a+\cos a}{3\sin a-\cos a}=3$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & y & 3\\ x^3 & y^3 & 27\end{vmatrix}$, unde x, y sunt numere reale.

5p a) Arătați că $D(0,1)=24$.

5p b) Arătați că $D(x,y)=(y-x)(3-x)(3-y)(x+y+3)$, $\forall\, x,y\in\mathbb{R}$.

5p c) Demonstrați că numărul $D(x,y)$ este divizibil cu 6 pentru orice numere întregi x,y.

2. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x+1 & 0 & x\\ 0 & 1 & 0\\ x & 0 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p a) Calculați $A(2)-A(1)$.

5p b) Arătați că $A(a)A(b)=A(a+b+2ab)$, pentru orice numere reale a, b.

5p c) Determinați numerele naturale pentru care $A(a)A(a+5)=A(18a+1)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ și, respectiv, șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$, având termenul general $x_n = f(n)$.

5p a) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p b) Demonstrați că șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ este crescător.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+1)\ln\frac{x_n}{x_{n+1}}$.

2. Se consideră funcția:

$f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x+a, \text{ pentru } x \leq 2 \\ x^2+(a^2-a)x, \text{ pentru } x > 2 \end{cases}$, unde a este un număr real.

5p a) Determinați numerele reale a pentru care funcția f este continuă în $x = 2$.

5p b) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{f(x)}}{x}$.

5p c) Pentru $a = 2$, arătați că ecuația $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ are cel puțin o soluție în intervalul $(-1, 0)$.

Test 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați $\left|6\log_3\sqrt[3]{243} - \sqrt[4]{16}\right|$.

5p **2.** Fie funcțiile $f, g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 7x + 3$, $g(x) = -2x - 3$. Aflați punctele de intersecție ale graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(5^x - 5)\left(2^x - \frac{1}{2}\right) = 0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cel puțin un număr impar.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 3)$, $B(6, -3)$, $C(-2, 5)$. Determinați ecuația medianei triunghiului ABC, duse din A.

5p **6.** Arătați că $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = 0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in S_4$.

5p a) Calculați σ^{-1} (permutarea inversă permutării σ).

5p b) Arătați că permutarea σ este impară.

5p c) Dacă $\omega = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, rezolvați în S_4 ecuația $\sigma x = \omega$.

2. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $M = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AX = XA\}$.

5p a) Arătați că $A, I_2 \in M$.

5p b) Arătați că, dacă $X \in M$, atunci există numerele reale a și b astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$.

5p c) Arătați că, dacă $X, Y \in M$, atunci $XY \in M$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^3 + x - 2}{x^2 + 3}$.

5p a) Calculați $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p c) Arătați că $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x)}{x - 1} = 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2^x + 3x + m, & \text{pentru } x \le 0 \\ \dfrac{\sin 4x}{2x}, & \text{pentru } x > 0 \end{cases}$, unde $m \in \mathbb{R}$.

5p a) Arătați că $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = 2$.

5p b) Determinați numărul real m pentru care funcția f este continuă în $x = 0$.

5p c) Pentru $m = 1$ arătați că ecuația $f(x) = 0$ admite o rădăcină negativă, care nu aparține mulțimii numerelor întregi.

LIBRIS We know books

Test 3

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul real x, știind că numerele x, $\sqrt{x+3}$ și $2x+2$ sunt termeni pozitivi consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **2.** Determinați numărul real m, știind că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+4x-2m$ are graficul tangent la axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2}-5\sqrt[3]{x}+4=0$.

5p **4.** Determinați câte numere impare de 3 cifre se pot forma cu elementele mulțimii $M=\{3,4,5,6,7\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,a)$, $B(5,17)$ și $C(-2,-4)$. Știind că a este un număr real, determinați valorile lui a astfel încât punctele A,B,C să fie coliniare.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris ΔABC, știind că $BC=6$ și $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră permutarea $\sigma\in S_5$, $\sigma=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 5 & 2 & 1 & 3 & 4\end{pmatrix}$.

5p a) Determinați cel mai mic număr natural nenul k astfel încât $\sigma^k=e$, unde $e=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$.

5p b) Pentru $\theta=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$, rezolvați în mulțimea S_5 ecuația $\sigma^3x=\theta$.

5p c) Arătați că ecuația $x^2=\sigma$ nu are soluții în S_5.

2. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1+x & -x\\ 2x & 1-2x\end{pmatrix}$, x fiind un număr real.

5p a) Arătați că $\det(A(2))=-1$.

5p b) Arătați că $A(x)A(y)=A(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p c) Aflați numerele reale x pentru care $A(x)A(x^2+1)=[A(x)]^2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr natural $n \geq 2$ se consideră numărul

$$a_n = \frac{1+2+\ldots+n}{C_{n+1}^3}.$$

5p a) Arătați că $a_n = \frac{3}{n-1}$, pentru orice număr natural $n \geq 2$.

5p b) Arătați că $a_{n+1} < a_n$, pentru orice număr natural $n \geq 2$.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)^{\sqrt{\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}}}$.

2. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x+3}$, unde a și b sunt numere reale.

5p a) Pentru $a = b = 1$ calculați $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\x>-3}} f(x)$.

5p b) Determinați numerele reale a și b astfel încât funcția f să admită asimptotă oblică spre $+\infty$ dreapta de ecuație $y = x + 1$.

5p c) Pentru $a = 1$, $b = 4$ calculați $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{f(x)}{x+1}\right)^{x^2+2019}$.

Test 4

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Știind că $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a, calculați valoarea sumei $[\log_2 10] + [\sqrt[3]{7}]$.

5p **2.** Determinați numărul real m pentru care ecuația $x^2 - (2m+3)x + 4 = 0$ are soluții reale și egale.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(\log_2 x - 3)(3^x - 3) = 0$.

5p **4.** Aflați numărul funcțiilor injective $f:\{a,b,c\} \to \{1,2,3,4,5\}$.

5p **5.** Determinați numărul real a, știind că dreptele de ecuații $2x - (a+3)y + 7 = 0$ și $-4x + y - 2019 = 0$ sunt perpendiculare.

5p **6.** Știind că $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ și $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$, calculați $\sin 2\alpha$.

LIBRIS We know books

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix} 1 & x^2 & x^3 \\ 1 & y^2 & y^3 \\ 1 & 4 & 8 \end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p a) Calculați $D(3,1)$.

5p b) Arătați că $D(x,y)=(y-x)(2-x)(2-y)(xy+2x+2y)$, pentru orice $x,y \in \mathbb{R}$.

5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $D(4^x, 8^x)=0$.

2. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 5 \\ 1 & 5 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p a) Calculați $(A(1))^2$.

5p b) Arătați că $\det(A(a))=(a-5)(a+3)$.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(3-a)=A(3-a)\cdot A(a)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definit prin relația de recurență $a_{n+1}=a_n^2-10a_n+30$ și având termenul inițial $a_0=5,5$.

5p a) Arătați că $a_n>5$, pentru orice număr natural n.

5p b) Arătați că șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este mărginit.

5p c) Demonstrați că șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este convergent și calculați limita sa.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}, f(x)=(x-3)e^{\frac{-2}{x}}$.

5p a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)\left[f(x)+e^{\frac{-2}{x}}\right]\le 0$.

5p b) Verificați dacă funcția f admite limită în punctul $x=0$.

5p c) Arătați că dreapta de ecuație $y=x-5$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f.

LIBRIS We know books

Test 5

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numerele reale a și b, știind că $a + bi$ este numărul conjugat corespunzător numărului complex $z = \frac{2+i}{3-i}$.

5p **2.** Determinați numărul real m astfel încât vârful parabolei asociată funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + m$ să fie situat pe prima bisectoare.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2^x + 16) = x + 1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând aleatoriu un număr de 3 cifre, acesta să fie multiplu de 3, fără a fi și multiplu de 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-1,5)$ și $C(8,2)$. Aflați coordonatele unui punct D astfel încât $ABCD$ să fie un paralelogram.

5p **6.** Într-un ΔABC se cunosc lungimea laturii $BC = 6$ cm și $m(\widehat{A}) = \frac{\pi}{4}$, $m(\widehat{C}) = \frac{\pi}{12}$. Calculați lungimea laturii AC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+5 & 1 \\ 1 & x+5 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.

5p a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x)) = 0$.

5p b) Arătați că $(A(x))^2 = (2x+10)A(x) - (x^2 + 10x + 24)I_2$.

5p c) Determinați numerele reale x astfel încât $A^2 = 2A$.

2. Se consideră determinantul $D(x, m) = \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ x & 1 & m \end{vmatrix}$, unde $x, m \in \mathbb{R}$.

5p a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $D(1, m) = 0$.

5p b) Arătați că $D(x, m) = 2(x+1)(mx-1)$ pentru orice $x, m \in \mathbb{R}$.

5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $D(m+1, m-1) \le 0$.

LIBRIS We know books

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcția $f:[0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln\frac{x+2}{x+1}$ și $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = f(n)$, un șir de numere reale asociat funcției.

5p a) Arătați că șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ este strict descrescător.

5p b) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\left[(n+100)\left(a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ln\frac{2}{n+3}\right)\right]$.

5p c) Demonstrați că ecuația $f(x) = x$ are cel puțin o rădăcină în intervalul $(0, 1)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 2x + m, & \text{pentru } x \leq 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}, & \text{pentru } x > 0 \end{cases}, m \in \mathbb{R}.$$

5p a) Determinați numărul real m astfel încât funcția f să fie continuă în $x = 0$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p c) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty} x^2[f(x+1) - f(x)]$.

TEST 6

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați modulul numărului complex $z = \frac{3+4i}{4+3i}$.

5p **2.** Calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, știind că x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 - x - 1 = 0$.

5p **3.** Rezolvați ecuația $\log_3(x-1) = 3$.

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{1,3,5\} \to \{0,1\}$ cu proprietatea $f(1) + f(3) + f(5) = 1$.

5p **5.** Se consideră dreptele de ecuații $ax - 3y - 1 = 0$ și $3x - y + 4 = 0$, $a \in \mathbb{R}$. Determinați numărul real a astfel încât cele două drepte să fie paralele.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $BC = 5$, respectiv $CA = 6$. Calculați $\cos A$.

LIBRIS books

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $X(a)=I_2+aA, a\in\mathbb{R}$.

5p a) Calculați A^3.

5p b) Arătați că $X(a)X(b)=X(a+b+ab)$, oricare ar fi $a,b\in\mathbb{R}$.

5p c) Calculați $X(-1)X(0)X(1)X(2)$.

2. Se consideră determinantul $d=\begin{vmatrix}a & b & c\\ c & a & b\\ b & c & a\end{vmatrix}$.

5p a) Pentru $a=b=1$, $c=3$, calculați d.

5p b) Arătați că $d=\frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2)$.

5p c) Rezolvați ecuația $d=0$, în cazul $a=3^x$, $b=5^x$, $c=2^x$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sin x$.

5p a) Arătați că graficul funcției f nu admite asimptote.

5p b) Arătați că graficul funcției f intersectează axa Ox cel puțin o dată.

5p c) Calculaţi $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$.

2. Se consideră funcţiile $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=x^n\ln x$.

5p a) Calculaţi $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f_0(x)$.

5p b) În cazul în care $x\in(0,1)$, calculați $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x)$.

5p c) Determinați $f((1,\infty))$.

TEST 7

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați z^{2019}, ştiind că z este un număr complex cu proprietatea $z+\frac{1}{z}=-1$.

5p **2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\frac{3}{x-3}<1$.

LIBRIS We know books

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2} + 3^x = 90$.

5p **4.** Determinaţi numărul natural n pentru care $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 7$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0, 0)$, $A(2, 3)$, $B(1, 3)$. Determinaţi coordonatele centrului de greutate al triunghiului OAB.

5p **6.** Determinaţi $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ştiind că $\frac{\sqrt{3}\sin x + 3\cos x}{\cos x} = 4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Arătaţi că $\det A = 1$.

5p b) Arătaţi că $(A - I_3)^3 = O_3$.

5p c) Determinați inversa matricei A.

2. Se consideră determinantul $D(a,b,c) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$, $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Arătaţi că $D(1, 1, c) = 0$.

5p b) Arătaţi că $D(a,b,c) = (b-a)(c-a)(c-b)$.

5p c) Arătaţi că $(a+b+c)D(a,b,c)$ este divizibil cu 6, pentru oricare a, b, c numere naturale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x - 3a, & \text{pentru } x \le 1 \\ x^2 + a^2x - 3, & \text{pentru } x > 1 \end{cases}$.

5p a) Determinați valorile reale a pentru care funcția este continuă în $x = 1$.

5p b) Pentru $a = 2$, calculați $\lim\limits_{x \to \infty}\left(\sqrt{f(x) + x + 7} - \sqrt{f(x)}\right)$.

5p c) Pentru $a = -1$, arătați că ecuația $f(x) + 5^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(-2, -1)$.

2. Se consideră șirul de numere reale $(a_n)_{n \ge 1}$ definit prin relația de recurență $a_{n+1} = a_n + 3^{-a_n}$, $a_1 \in \mathbb{R}$.

5p a) Arătați că șirul $(a_n)_{n \ge 1}$ este strict crescător.

5p b) Arătați că șirul $(a_n)_{n \ge 1}$ este nemărginit.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n \to \infty}(3^{a_{n+1}} - 3^{a_n})$.

LIBRIS We know books

TEST 8

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Calculați modulul numărului complex $z = (2 + i)(3 - i)(3 + i)$.

5p 2. Determinați valorile parametrului real m pentru care vârful parabolei asociate graficului funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (m + 2)x^2 + (2m + 1)x + m + 3$ aparține axei Ox.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(2^x + 4^x - 10) = 1$.

5p 4. Determinați numărul de termeni raționali din dezvoltarea $\left(\sqrt{3} + \sqrt[4]{2}\right)^{20}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC} = (m - 2)\vec{i} + (5n + 1)\vec{j}$, unde m, n sunt numere reale. Determinați numerele reale m și n astfel încât $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 10\vec{j}$.

5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB = AC = 10, BC = 12$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & 3 \\ x^2 & 1 & 9 \end{vmatrix}$, unde x, y sunt numere reale.

5p a) Calculați $D(-1)$.

5p b) Arătați că $D(x) = 2x^2 - 8x + 6, \forall x \in \mathbb{R}$.

5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $D(x^2) = 0$.

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 2019 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Arătați că $A + A^2 = 2019 I_2$.

5p b) Calculați inversa matricei A.

5p c) Rezolvați ecuația $A \cdot X = 2019^4 \cdot I_2$, unde $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.